

combine-causal-bijections^{11,40}

$$\begin{aligned} & \forall es:ES, A, B, P, Q:(E \rightarrow \mathbb{P}), T, T':\text{Type}, R:(T \rightarrow T' \rightarrow \mathbb{P}). \\ & (\forall e:E. (A(e) \vee B(e)) \Rightarrow (\text{valtype}(e) \subseteq_r T)) \\ & \Rightarrow (\forall e:E. (P(e) \vee Q(e)) \Rightarrow (\text{valtype}(e) \subseteq_r T')) \\ & \Rightarrow (\forall e:E. \neg(A(e) \& B(e))) \\ & \Rightarrow (\forall e:E. \neg(P(e) \& Q(e))) \\ & \Rightarrow (\forall e:E. \text{Dec}(P(e))) \\ & \Rightarrow (\forall e:E. \text{Dec}(A(e))) \\ & \Rightarrow (\forall f:(\{e:E \mid A(e)\} \rightarrow \{e:E \mid P(e)\}), g:(\{e:E \mid B(e)\} \rightarrow \{e:E \mid Q(e)\}). \\ & \quad (e.A(e) \rightarrow e.f(e) \rightarrow e.P(e)) \text{ with } R \\ & \quad \Rightarrow (e.B(e) \rightarrow e.g(e) \rightarrow e.Q(e)) \text{ with } R \\ & \quad \Rightarrow (\exists h:\{e:E \mid A(e) \vee B(e)\} \rightarrow \{e:E \mid P(e) \vee Q(e)\} \\ & \quad \quad ((e.A(e) \vee B(e) \rightarrow e.h(e) \rightarrow e.P(e) \vee Q(e)) \text{ with } R \\ & \quad \quad \& (\forall e:\{e:E \mid A(e) \vee B(e)\}. A(e) \Rightarrow (h(e) = f(e))) \\ & \quad \quad \& (\forall e:\{e:E \mid A(e) \vee B(e)\}. (\neg A(e)) \Rightarrow (h(e) = g(e)))))) \end{aligned}$$